$e^{y_1} = \dfrac{1+\sqrt{1+8x}}{4}$

$e^{y_2} = \dfrac{1-\sqrt{1+8x}}{4}$ (*impossible*)

Car par exemple pour $x=1$ on aura

$e^{y_2} = \dfrac{1-\sqrt{9}}{4} = -\dfrac{1}{2} < 0$

D'où

$y_1 = g^{-1}(x) = \ln\left(\dfrac{1+\sqrt{1+8x}}{4}\right)$ , $x \in J$

6) $F(x) = e^{2x} - e^x + cte.$

$F[\ln(0,5)] = e^{2\ln 0,5} - e^{\ln 0,5} + cte$

$= 0,25 - 0,5 + cte = -0,25 + cte = 0$

Donc $cte = 0,25$

$$\boxed{F(x) = e^{2x} - e^x + \frac{1}{4}}$$

## Exercice 11

$$f(x) = \frac{e^x}{e^{2x}+1}$$

1)*/ $\forall x \in \mathbb{R}, e^{2x}+1 \neq 0$

Donc $D_f = \mathbb{R}$

*/ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{e^{2x}+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{e^x\left(e^x + \frac{1}{e^x}\right)}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{e^x + \frac{1}{e^x}} = 0$

*/ $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^x}{e^{2x}+1} = \dfrac{0}{0+1} = 0$

2) $x \in \mathbb{R}, -x \in \mathbb{R}$

$f(-x) - f(x) = \dfrac{e^{-x}}{e^{-2x}+1} - \dfrac{e^x}{e^{2x}+1}$

$= \dfrac{e^{-x}\left(e^{2x}+1\right) - e^x\left(e^{-2x}+1\right)}{\left(e^{-2x}+1\right)\left(e^{2x}+1\right)}$

$= \dfrac{\left(e^x + e^{-x}\right) - \left(e^{-x} + e^x\right)}{\left(e^{-2x}+1\right)\left(e^{2x}+1\right)} = 0$

Donc : $f(-x) = f(x)$

D'où $f$ est paire.

3) $f'(x) = \dfrac{\left(e^x\right)'\left(e^{2x}+1\right) - \left(e^{2x}+1\right)'e^x}{\left(e^{2x}+1\right)^2}$

$f'(x) = \dfrac{e^x\left(e^{2x}+1\right) - 2e^{2x}.e^x}{\left(e^{2x}+1\right)^2}$

$f'(x) = \dfrac{e^{3x} + e^x - 2e^{3x}}{\left(e^{2x}+1\right)^2} = \dfrac{e^x - e^{3x}}{\left(e^{2x}+1\right)^2}$

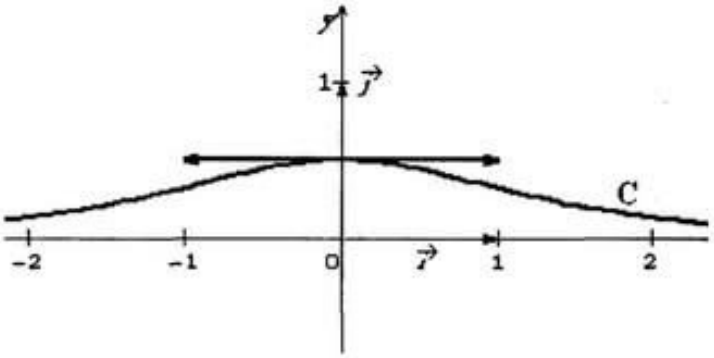
$f'(x) = \dfrac{e^x\left(1-e^{2x}\right)}{\left(e^{2x}+1\right)^2}$

Le signe de $f'(x)$ est celui de $1-e^{2x}$

T.V :

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $0$ | ↗ | $\frac{1}{2}$ | ↘ | $0$ |

Courbe :




4) $g(x) = \ln(\tan x)$

$g'(x) = \left(1+\tan^2 x\right) \times \dfrac{1}{\tan x} > 0$

$g$ est continue et strictement croissante

Sur $\left]0, \dfrac{\pi}{2}\right[$ .donc $g$ réalise une bijection

h définie sur J = $g\left(\left]0, \dfrac{\pi}{2}\right[\right)$

On pose $\tan x = X$

$\lim\limits_{x\to 0^+} g(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \ln(\tan x)$

$= \lim\limits_{X\to 0^+} \ln(X) = -\infty$